

Gebäudetechnik – a1)

Im Bereich der Gebäudetechnik spielen Temperatur, Schalldämmung und CO₂-Gehalt der Luft eine wichtige Rolle.

- a) Die mittlere Tagestemperatur in Bregenz soll für einen bestimmten Zeitraum durch eine Polynomfunktion 3. Grades T angenähert werden:

$$T(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$$

t ... Zeit in Tagen

$T(t)$... mittlere Tagestemperatur zur Zeit t in °C

Es wurden folgende Daten ermittelt:

Zu Beginn der Beobachtung ($t = 0$) lag die mittlere Tagestemperatur bei -5 °C.

Zur Zeit $t = 98$ Tage betrug sie $+8$ °C; zu dieser Zeit lag auch der Wendepunkt des Temperaturverlaufs vor.

Zur Zeit $t = 210$ Tage erreichte die mittlere Tagestemperatur $+20$ °C.

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Ermittlung der Koeffizienten dieser Polynomfunktion.
[2 Punkte]

Quelle: BMBWF, Nebentermin 1 2017/18 – Angewandte Mathematik (BHS) – HTL 2, Teil B, Aufgabe 8,
www.srdp.at/downloads/dl/nebentermin-1-201718-angewandte-mathematik-bhs-htl-2/

Gebäudetechnik – a1)

Edit Aktion Interaktiv

Define $T(t)=a \cdot t^3+b \cdot t^2+c \cdot t$ done

$T(t)$

$a \cdot t^3+b \cdot t^2+c \cdot t+d$

Math1	Line	$\frac{\square}{\square}$	$\sqrt{\square}$	π	\Rightarrow
Math2	Define	f	g	i	∞
Math3	solve(dSlv	'	$\left\{ \begin{matrix} \square \\ \square \end{matrix} \right\}$	
Trig	<	>	()	{ }	[]
Var	\leq	\geq	=	\neq	\angle
abc	\leftarrow	\rightarrow	Ans	EXE	

Algeb Standard Reell 2 π

t mit **Shift** **(**

Kontrollieren

Gebäudetechnik – a1)

The screenshot shows the 'Edit Aktion Interaktiv' window of a Casio calculator. The main display area contains the following text:

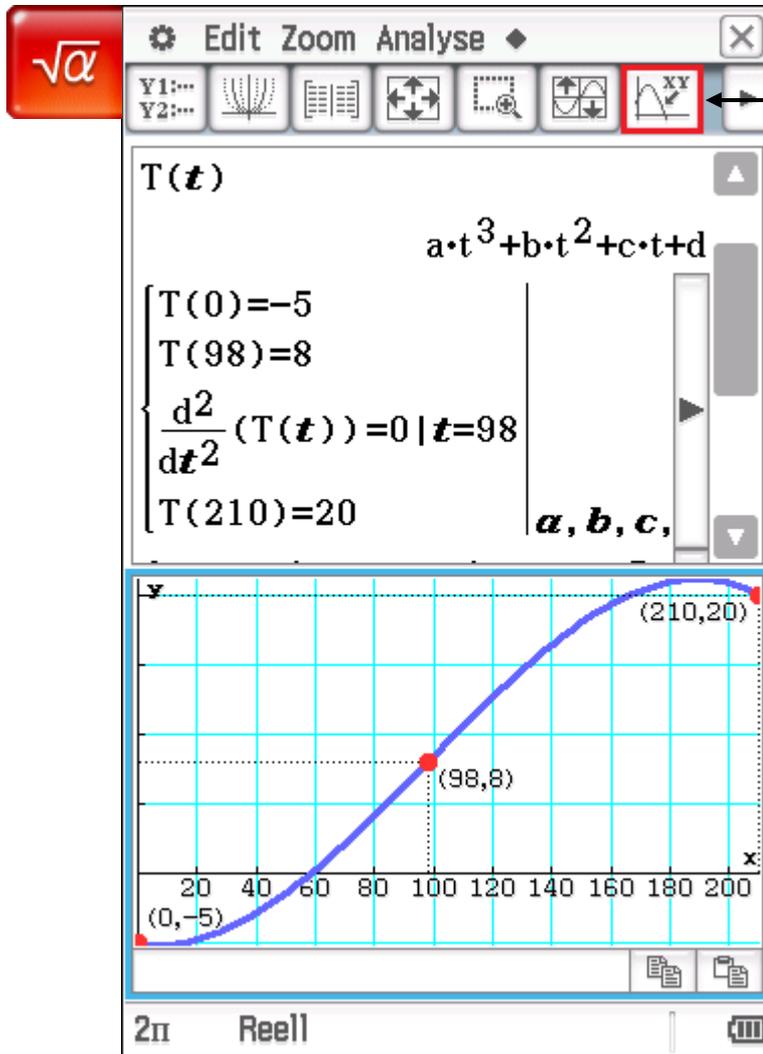
$$\begin{cases} T(0) = -5 \\ T(98) = 8 \\ \frac{d^2}{dt^2}(T(t)) = 0 \mid t = 98 \\ T(210) = 20 \end{cases}$$

Below this, the solution is given as:

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{115248}, b = \frac{1}{392}, c = -\frac{5}{147} \end{cases}$$

The calculator interface includes a toolbar with icons for fractions, functions, and simplification. A keypad at the bottom is visible, with several buttons highlighted in red: 'Math1', 'Math2', 'Var', and the curly brace button. The bottom status bar shows 'Algeb', 'Standard', 'Reell', and '2π'.

Vier Bedingungen: 3 Punkte, 1 Wendepunkt



Graph verfolgen

Punkte mit **EXE** markieren

Verfolgen-Modus mit Esc beenden



- b) Um das Gesamtschalldämmmaß R_{Ges} einer Wand aus Ziegelmauer und Fenster in Dezibel (dB) zu berechnen, wird in der Gebäudetechnik die nachstehende Formel verwendet.

$$R_{\text{Ges}} = -10 \cdot \lg\left(f_{\text{F}} \cdot 10^{-\frac{R_{\text{F}}}{10}} + f_{\text{Z}} \cdot 10^{-\frac{R_{\text{Z}}}{10}}\right)$$

f_{F} ... relativer Flächenanteil des Fensters an der gesamten Wandfläche

f_{Z} ... relativer Flächenanteil der Ziegelmauer an der gesamten Wandfläche

$R_{\text{F}}, R_{\text{Z}}$... Schalldämmmaß des Fensters bzw. der Ziegelmauer in dB

R_{Ges} ... Gesamtschalldämmmaß der Wand in dB

Ein Bauunternehmen plant, aus einer 50 m^2 großen Wand eine Fensterfläche herauszuberechnen. Dabei hat das Fenster ein Schalldämmmaß von $R_{\text{F}} = 43 \text{ dB}$, die Ziegelmauer ein Schalldämmmaß von $R_{\text{Z}} = 65 \text{ dB}$.

Es wird ein Gesamtschalldämmmaß R_{Ges} von mindestens 55 dB für diese Wand gefordert.

- 1) Erstellen Sie eine Gleichung zur Berechnung des relativen Flächenanteils f_{F} , den die Fensterfläche in dieser Wand maximal erreichen darf. [1 Punkt]

The screenshot shows the 'Edit Aktion Interaktiv' window of a Casio calculator. The main display area contains the equation:

$$55 = -10 \times \log_{10} \left(fF \times 10^{-\frac{43}{10}} + (1-fF) \times 10^{-\frac{65}{10}} \right)$$

The keypad below the display has several buttons highlighted with red boxes:

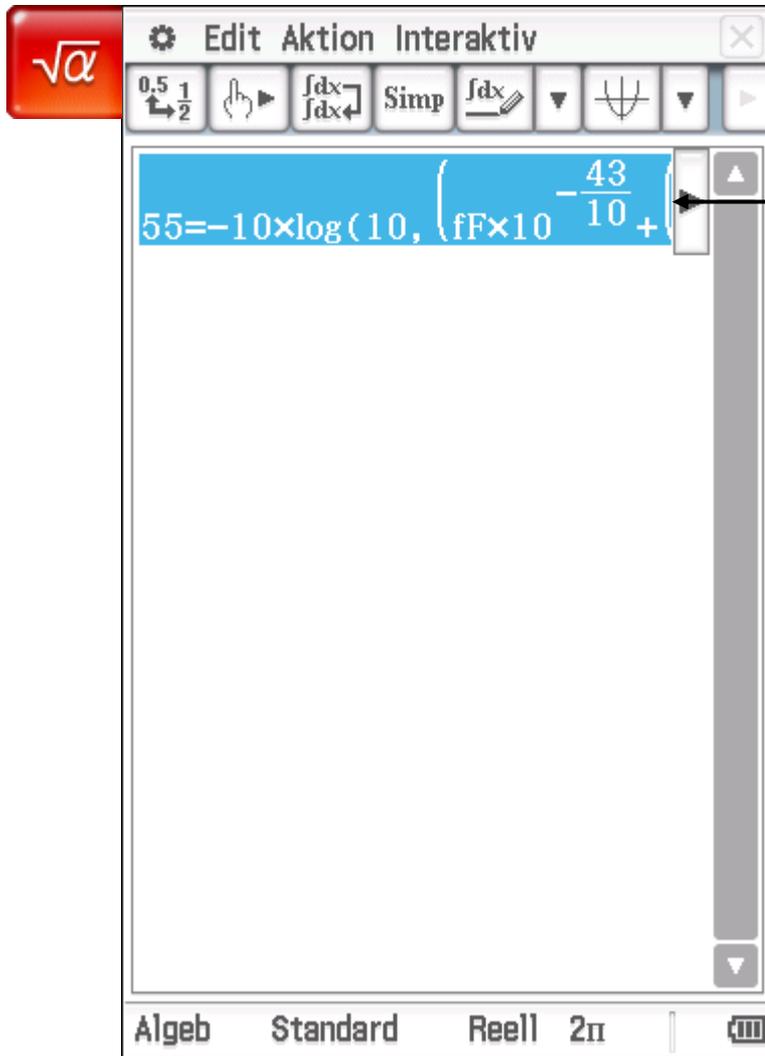
- The fraction template button (□/□) in the top row.
- The 'Math1' label on the left side of the keypad.
- The square button (□²) in the second row.
- The 'e' button in the second row.
- The 'ln' button in the second row.
- The 'log₁₀(□)' button in the second row.
- The parentheses button (()) in the bottom row.

Bildschirm drehen mit  Rotate

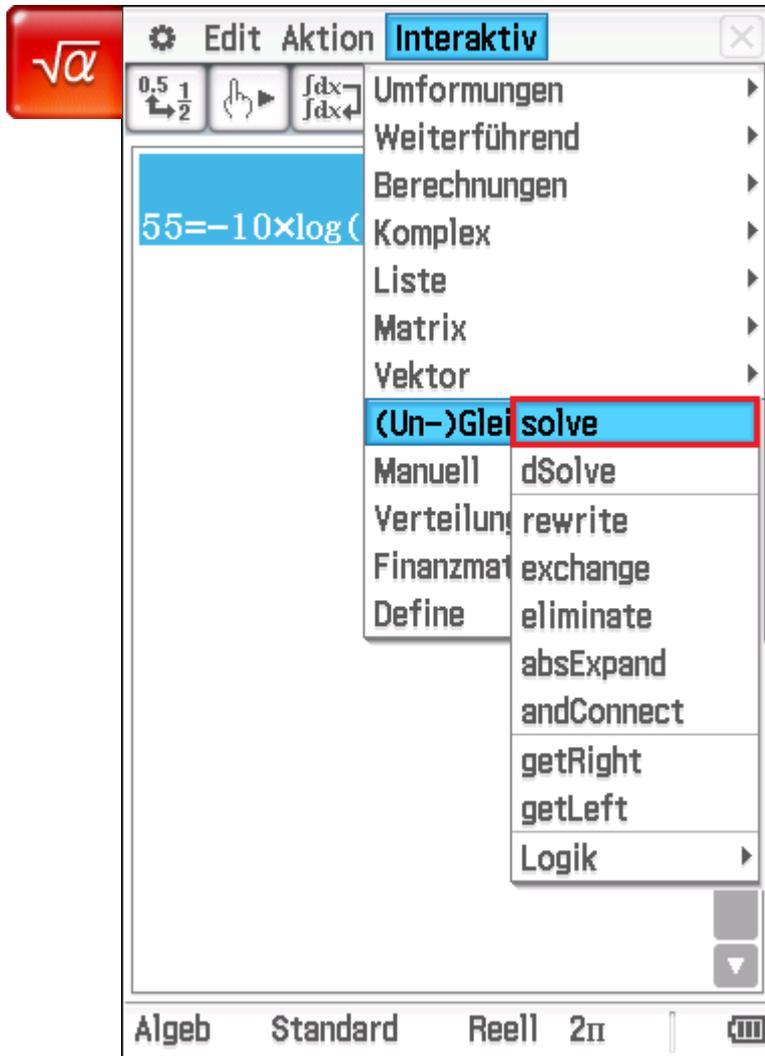
2) Berechnen Sie diese Fensterfläche in m².

[1 Punkt]

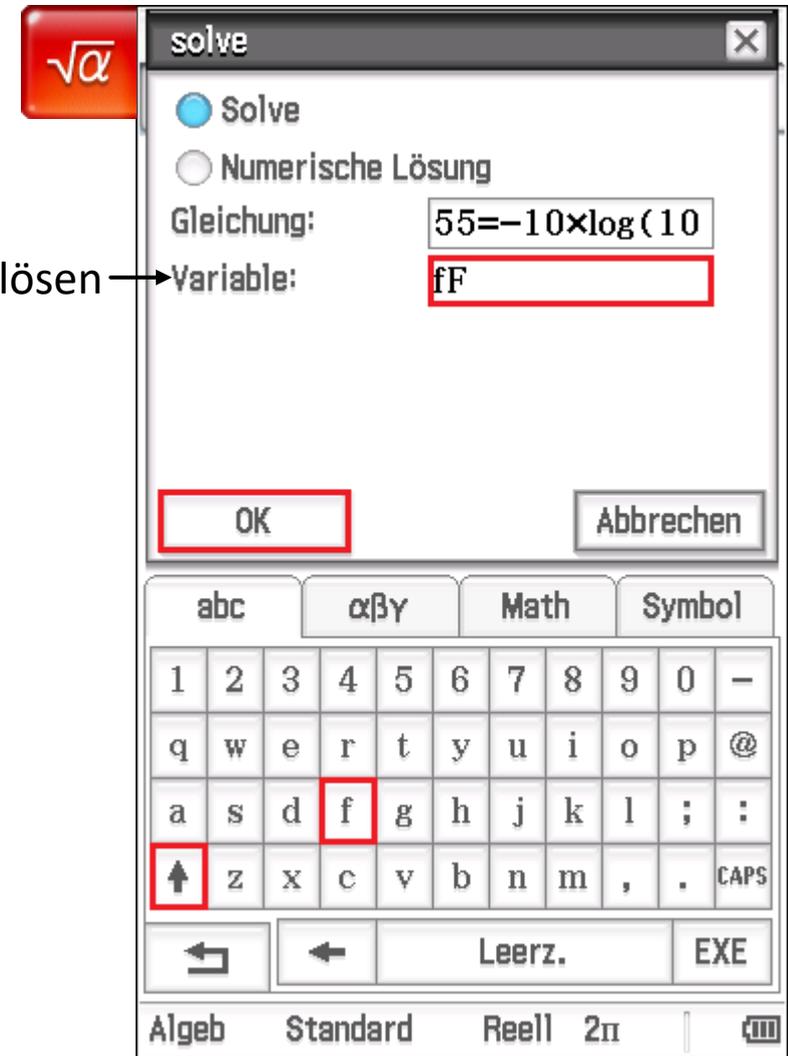
Gebäudetechnik – b2)



Gleichung markieren



Nach f_F lösen →



0.5 1/2

Edit Aktion Interaktiv

$\text{solve}\left(55 = -10 \cdot \log_{10}\left(fF \cdot 10^{-\frac{43}{10}}\right)\right)$

$$fF = \frac{9 \cdot 1000 \cdot \frac{1}{10} \cdot \sqrt{10}}{-1000 \cdot \frac{1}{10} \cdot \sqrt{10} + 1000}$$

ans*50

$$50 \cdot fF = \frac{450 \cdot 1000 \cdot \frac{1}{10} \cdot \sqrt{10}}{-1000 \cdot \frac{1}{10} \cdot \sqrt{10} + 1000}$$

Algeb Standard Reell 2π

Ergebnis markieren und mit $\boxed{0.5 \frac{1}{2}}$ umwandeln
{50·fF=2.857336625}

Lösung: Etwa 2,85 m² Fensterfläche

- c) In einem Schlafzimmer mit einem Luftvolumen von 45 m^3 wird zum Zeitpunkt $t = 0$ eine Lüftungsanlage eingeschaltet. Zu diesem Zeitpunkt beträgt der CO_2 -Gehalt der Luft im Zimmer $0,2 \text{ Vol.-%}$, d. h., das CO_2 -Volumen beträgt $0,2 \%$ des gesamten Luftvolumens.

Die nachstehende Differenzialgleichung beschreibt das CO_2 -Volumen V (in m^3) im Schlafzimmer in Abhängigkeit von der Zeit t (in min) ab dem Einschalten der Lüftung:

$$\frac{dV}{dt} = 0,006 - \frac{V}{3}$$

- 1) Berechnen Sie die allgemeine Lösung dieser Differenzialgleichung.

[1 Punkt]

√α

Edit Aktion Interaktiv

$V' = 0.006 - \frac{V}{3}$

Differentialgleichung markieren

Math1	Line	$\frac{\square}{\square}$	$\sqrt{\square}$	π	\Rightarrow
Math2	Define	f	g	i	∞
Math3	solve(dSlv	'	$\left\{ \begin{matrix} \square \\ \square \end{matrix} \right\}$	
Trig	<	>	()	{ }	[]
Var	\leq	\geq	=	\neq	\angle
abc	\leftarrow	\rightarrow	Ans	EXE	

Algeb Standard Reell 2π

Differentialgleichung markieren

Gebäudetechnik – c1)

The screenshot shows the 'Edit Aktion' menu in 'Interaktiv' mode. The 'dSolve' option is highlighted in blue. Below the menu is a keypad with various mathematical symbols and functions.

Math1	Line				
Math2	Define	f	g	i	∞
Math3	solve(dSlv	'	{■,□}	
Trig	<	>	()	{ }	[]
Var	≤	≥	=	≠	<
abc	←	→	↶	Ans	EXE

The screenshot shows the 'dSolve' dialog box. The 'Keine Bedingung' radio button is selected. The equation is $V' = 0.006 - ((V$. The independent variable is t and the dependent variable is V . The 'OK' button is highlighted in red.

Keine Bedingung
Mit Bedingung

Gleichung: $V' = 0.006 - ((V$

Unab.Var.: t

Abhä.Var.: V

OK Abbrechen

abc			$\alpha\beta\gamma$			Math			Symbol		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	
q	w	e	r	t	y	u	i	o	p	@	
a	s	d	f	g	h	j	k	l	;	:	
↑	z	x	c	v	b	n	m	,	.	CAPS	
↶	←	Leerz.			EXE						

The screenshot shows the CASIO calculator's 'Edit Aktion Interaktiv' window. The input is $\text{solve}(v' - 0.000\frac{t}{3}, t, v)$. The output displays the general solution in two forms:
$$\left\{ V = \frac{-e^{-\frac{t}{3}} + 500 \cdot \text{const}(1)}{500} + \frac{9}{500}, V = \frac{e^{-\frac{t}{3}} + 500 \cdot \text{const}(1)}{500} \right\}$$
 and
$$\left\{ V = -C \cdot e^{-\frac{t}{3}} + \frac{9}{500}, V = C \cdot e^{-\frac{t}{3}} + \frac{9}{500} \right\}$$
 with the constant defined as $\text{ans} | \text{const}(1) = \ln(500 \times C) / 500$. The calculator is set to 'Algeb' mode.

Lösung mit Substitution vereinfachen, Lösungen mit $C \in \mathbb{R}$ zusammenführen

$$\text{Lösung: } V(t) = C \cdot e^{-\frac{t}{3}} + \frac{9}{500}$$

2) Ermitteln Sie, nach welcher Zeit der ursprüngliche CO₂-Gehalt halbiert ist.

[1 Punkt]

